# בפרקים הקודמים

הגדרנו מרחב ווקטורי(קבוצה עם + ו\* בסקלר ו...)

תת מרחב ווקטורי(תת קבוצה שהיא מרחב ווקטורי)

הוכחנו משפט: פתרון כללי של מערכת הומוגנית היא תת מרחב ב(n=מספר משתנים)

צירוף לינארי

# הגדרה

יהיו ווקטורים במרחב ווקטורי V(לדוגמה ). ווקטור v נקרא צירוף לינארי של אם קיימים סקלרים כך ש

# דוגמה

ניקח , כלומר מישור. ניקח . כל ווקטור ב הוא צירוף לינארי של :

## באופן כללי:

*כל ווקטור ב הוא צ"ל של*

# הגדרה

יהיו ווקטורים. תת קבוצה של כל הווקטורים שהם צירופים לינארים של נקראת תת מרחב הנפרש ע"י . מסמנים אותו Sp(קיצור של Span)

# משפט

*הוא תת מרחב*

# הערה

ההצגה ב לא תמיד יחידה.

## דוגמה

, . עדיין כל ווקטור הוא צ"ל של :  
. ניקח לדוגמ את הווקטור :

תלות לינארית

# הגדרה

ווקטורים נקראים תלויים לינארית אם קיימים סקלרים , לא כולם 0, כך ש

## דוגמה

,   
, לכן תלויים לינארית

אם סקלרים כאלה לא קיימים אזי נקראים בלתי תלויים לינארית

# משפט

אם קבוצה בלתי תלויה לינארית, אזי לכל ווקטור ההצגה היא יחידה.

פתרונות פונדמנטליים למערכת הומוגנית

# הגדרה

פתרונות למערכת הומוגנית בn משתנים נקראים פונדמנטליים אם כל פתרון למערכת הוא צירוף לינארי של ו בלתי תלויים.(כללומר לכל פתרון v קיימים סקלרים כך ש וההצגה הזאת היא יחידה)

# משפט

נתבונן במערכת הומוגנית בn משתנים. נניח שלצורה המדורגת המשתנים הם המשתנים החופשיים. נתבונן בk פתרונות המתקבלים ע"י הצבה של והשלמת המשתנים המובילים.

הפתרונות האלה הם פתרונות פונדמנטליים

## הוכחה

### נוכיח שכל פתרון הוא צירוף לינארי של פתרונות פונדמנטליים.

יהי פתרון מהמשפט. ( הם האינדקסים של המשתנים החופשיים). למערכת הומוגנית קיים פתרון יחיד עם הערכים של כל המשתנים החופשיים אפסיים(אם לפתרון מסויים הערכים של כל המשתנים החופשיים הם 0 אזי זה פתרון האפס)(בגלל הצבה לאחור)

יהי פתרון של המערכת נתבונן ב. w הוא פתרון של המערכת. נבדוק ש (ומזה נובע ש). נחשב ערכים של המשתנים החופשיים של w. עבור :  
עבור פתרון מספר s, מכל המשתנים החופשיים רק אחד שונה מ0 ולכן רק אחד שורד.

כלומר הערכים של כל המשתנים החופשיים בw הם 0. לפי הלמה שהוכחנו מזה נובע ש

### נוכיח שפתרונות בלתי תלויים לינארית

יהיו כך ש. נתבונן בערכים של המשתנים החופשיים: :

לכן